La chute verticale d’un solide – السقوط الرأسي لجسم صلب

I- القوى المطبقة على جسم في حركة داخل مائع

خلال حركة جسم في مائع فأنه يخضع الى القوى التالية :

⌧ وزن الجســـــــم $\vec{P}$

الاصل : مركز ثقل الجسم

الاتجاه : الرأسي المار من مركز قصور الجسم و مركز قصور الارض

المنحى : نحو مركز الارض .

الشدة : **P=m.g** حيث g شدة مجال الثقالة و m كتلة الجسم

⌧ دافعة أرخميــدس : $\vec{F_A}$

الاصل : مركز ثقل الجزء المغمور من الجسم

الاتجاه : الرأسي المار من مركز قصور الجسم

المنحى : من الاسفل نحو الاعلى.

الشدة : $\mathbf{F_a = \rho_f . V . g}$ حيث ρ_f الكتلة الحجمية للمائع بـ Kg/m^3

و V الحجم المزاح للمائع الذي يوافق حجم الجسم الصلب المغمور بـ m^3

و g شدة مجال الثقالة بـ m/s^2 .

⌧ قوى احتكاك المائع : $\vec{f}$

الاصل : مركز ثقل الجسم

الاتجاه : اتجاه متجهة السرعة

المنحى : معاكس لمنحى متجهة السرعة أي دائما معاكس لمنحى الحركة

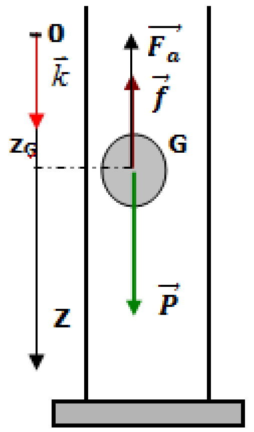
الشدة : تعطى بالعلاقة $f = k.v^n$ **حيث :**

k : ثابتة تتعلق بطبيعة المائع و بشكل الجسم .

إذا كانت v صغيرة ، نأخذ n=1 أي $f = k.v$ (k : تتعلق بلزوجة المائع)

إذا كانت v كبيرة ، نأخذ n=2 أي $f = k.v^2$ (k : لا تتعلق بلزوجة المائع بل تتعلق بكتلته الحجمية)

II- السقوط الراسي باحتكاك



الجسم الصلب في نزول

عند اللحظة (t=0) نحرر الكرية من النقطة O تنطبق على مركز قصورها G . توجد النقطة O على ارتفاع H من السطح الحر للسائل اللزج الذي يوجد في أنبوب شاقولي

⌧ المعادلة التفاضلية

☑ **جرد القوى و تمثلها**

وزن الجســـــــم $\vec{P}$

دافعة أرخميــدس : $\vec{F_A}$

قوى احتكاك المائــع : $\vec{f}$

☑ **كتابة القوى في المعلم**

$$\vec{p} = p.\vec{k} = m.g.\vec{k}$$

$$\vec{f} = -f\,\vec{k} = -k.v^n.\vec{k}$$

$$\vec{F_a} = -F_a\vec{k} = -\rho_f.V.g.\vec{k}$$

☑ **تطبق العلاقة الاساسية للديناميك**

$\vec{p}+\vec{F_a}+\vec{f} = m.\vec{a_G}$ أي $m.g.\vec{k} - K.v^n\,\vec{k} - \rho_f.V.g.\vec{k} = m.\vec{a_G}$

الاسقاط على المحور $(o;\vec{k})$: $m.g - K.v^n - \rho_f.V.g = m.a_G$

التفاضلية التي تحققها سرعة مركز قصور الكرية : $\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{k}{m}v^n + g - \dfrac{\rho_f.V.g}{m}$

نضع : $\begin{cases} a = \dfrac{dv}{dt} \\ A = g - \dfrac{\rho_f.V.g}{m} \\ B = \dfrac{k}{m} \end{cases}$ ⇦ $\dfrac{dv}{dt} = A - Bv^n$

⌧ حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة اولير :

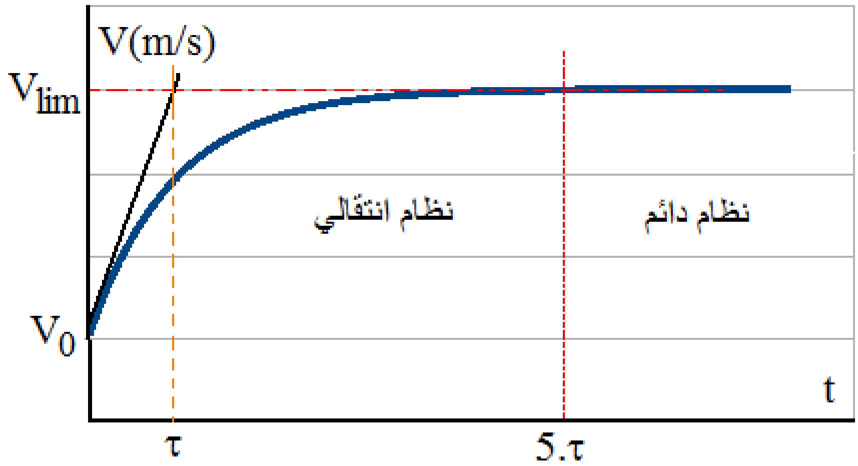
طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية . ويستوجب استعمال هذه الطريقة استعمال العلاقات التالية

السرعـــــــة v_i	التســــارع a_i	اللحظـــة t_i
حسب تعبير التسارع $a_i = \dfrac{v_{i+1}-v_i}{\Delta t}$ $v_{i+1} = a_i.\Delta t + v_i$	من خلال المعادلة التفاضلية $a_i = A - B.v_i^n$	$t_{i+1} = t_i + \Delta t$ حيث Δ تمثل خطوة الحساب

بمعرفة قيمة السرعة البدئية v_0 لمركز قصور الجسم في اللحظة t=0 .

المرحلة i	t_i	v_i		a_i	
0	$t_0=0$	v_0	⓿	$a_0 = A - B.v_0^n$	❶
1	$t_1 = t_0 + \Delta t$	$v_1 = a_0.\Delta t + v_0$	❷	$a_1 = A - B.v_1^n$	❸
2	$t_2 = t_1 + \Delta t$	$v_2 = a_1.\Delta t + v_1$	❹	$a_2 = A - B.v_2^n$	❺
3	$t_3 = t_2 + \Delta t$	$v_3 = a_2.\Delta t + v_2$	❻	$a_3 = A - B.v_3^n$	❼
4	$t_4 = t_3 + \Delta t$	$v_4 = a_3.\Delta t + v_3$	❽	$a_4 = A - B.v_4^n$	❾
5	$t_5 = t_4 + \Delta t$	$v_5 = a_4.\Delta t + v_4$	❿	$a_5 = A - B.v_5^n$	

⌫ مخطط السرعة بدلالة الزمن



⌫ المقادير المميزة للحركة

☑ **التسارع البدئي** : عند اللحظة t=0 : $a_0 = -\frac{k}{m} v_0^n + g - \frac{\rho.V_{solide}.g}{m}$

في حالة $v_0 = 0$: $a_0 = g - \frac{\rho.V_{solide}.g}{m}$

☑ **السرعة الحدية** و هي قيمة **ثابتة** تصل اليها سرعة مركز قصور الجسم نرمز لها بـ : v_{lim}

$$\frac{dv_{lim}}{dt} = 0 = -\frac{k}{m} v_{lim}^n + g - \frac{\rho.V_{solide}.g}{m}$$

$$v_{lim}^n = \frac{m}{k}\left(g - \frac{\rho.V_{solide}.g}{m}\right)$$ نستنتج : $$V_{lim} = \sqrt[n]{\frac{m}{k}\left(g - \frac{\rho.V_{solide}.g}{m}\right)}$$

☑ الزمن المميز (ثابتة الزمن) : $\tau = \frac{V_{lim} - V_0}{a_0}$